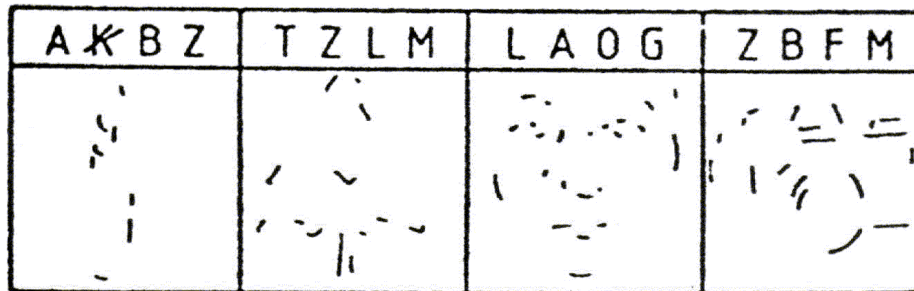


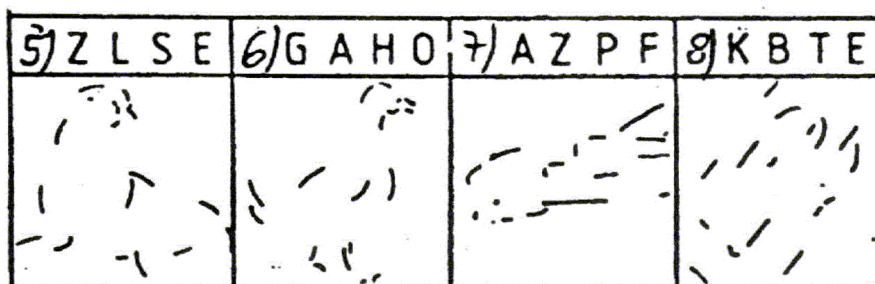
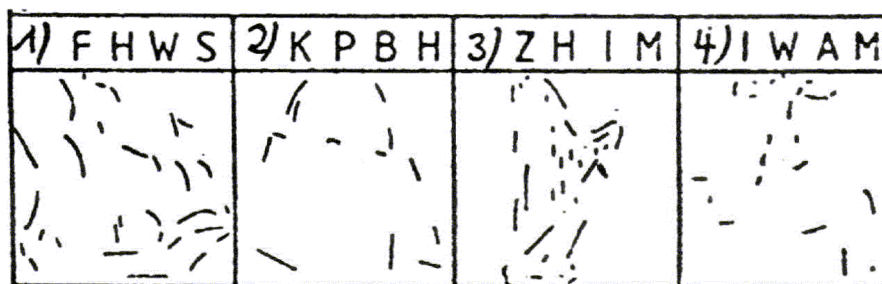
## Arbeitsblatt: Bilderkennung

### Richtig raten

In der Beispielzeile können Sie im ersten Bild links mit etwas Mühe eine nicht ganz fertig gezeichnete Kerze erkennen. Damit die Lösung als richtig anerkannt werden kann, ist der Anfangsbuchstabe von Kerze (also K) in der Buchstabenzeile über dem Bild durchzustreichen. Im 2. Bild ist der Buchstabe T (der für Tannenbaum steht) durchzustreichen, weil man einen Tannenbaum erkennen kann. Das 3. Bild zeigt ein Gesicht, also ist G durchzustreichen, das 4. Bild einen Fotoapparat. Richtige Lösung ist also F.



Für die folgenden 8 Bilder haben Sie eine halbe Minute Zeit.



*(aus: Hesse/Schrader, Testtraining, Fischer Verlag)*

Der Test ist bestanden, wenn mindestens 5 Antworten richtig sind.

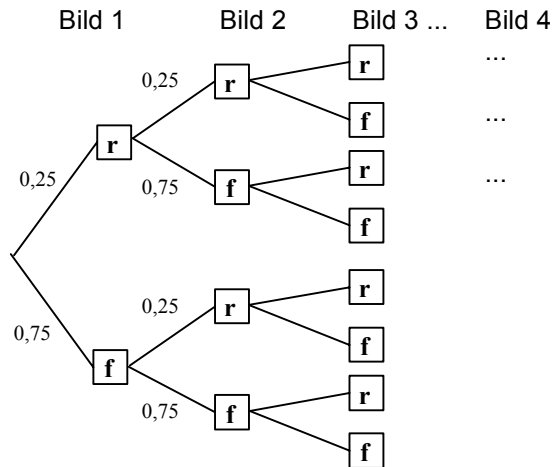
1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit schafft man den Test gerade?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man durch zufälliges Raten den Test bestehen?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit besteht man den Test, wenn 3 Bilder eindeutig sicher zugeordnet sind und der Rest zufällig geraten wird?

**8 Bilder:**

1) Segelboot; 2) Handtasche; 3) Harfe; 4) Wasserkran; 5) Seehund; 6) Gans; 7) Flugzeug; 8) Bleistiftanspitzer.

**Zu Frage 1:**

Ein passendes Baumdiagramm beginnt so:



Im Unterschied zu dem Testfragebogen oben sind hier 4 Antworten möglich, aber nur eine ist richtig. Wer nur rät, trifft mit der Wahrscheinlichkeit 0,25 den richtigen Buchstaben, mit der Wahrscheinlichkeit 0,75 rät er falsch. Bezeichne ich die Zufallsgröße "Zahl der richtigen Antworten" mit X (großes X, um es von den Variablen x zu unterscheiden), so lässt sich die gesuchte Wahrscheinlichkeit (probability p) notieren durch:  $P(X = 5)$ . 5 richtige Antworten bedeutet, dass längs eines Pfades 5mal die Wahrscheinlichkeit 0,25 auftaucht und auf den restlichen 3 Ästen steht 0,75.

Die Pfadwahrscheinlichkeit beträgt  $0,25^5 \cdot 0,75^3$ . Dann ist nur noch die Anzahl der Pfade zu zählen wie oben:  $P(X = 5) = \binom{8}{5} 0,25^5 \cdot 0,75^3 \approx 2,3 \%$ . Die Wahrscheinlichkeit, genau mit 5 richtigen Antworten bei bloßem Raten zu bestehen, beträgt 2,3 %.

**Zu Frage 2:**

X: Anzahl der richtigen Lösungen;  $n = 8$ ;  $p = 0,25$ ;  $1 - p = 0,75$

$P(X \geq 5) = P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8)$

$$= \binom{8}{5} \cdot 0,25^5 \cdot 0,75^3 + \binom{8}{6} \cdot 0,25^6 \cdot 0,75^2 + \binom{8}{7} \cdot 0,25^7 \cdot 0,75^1 + 1 \cdot 0,25^8$$

$$\approx 2,3 \% + 3,8 \cdot 10^{-3} + 3,7 \cdot 10^{-4} + 1,5 \cdot 10^{-5}$$

$$\approx 0,027 = 2,7 \%$$

Den Test besteht man mit 2,7 % Wahrscheinlichkeit, wenn man nur rät.

**Zu Frage 3:**

X: Anzahl der richtigen Lösungen;  $n = 5$ ;  $p = 0,25$ ;  $1 - p = 0,75$

$P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$

$$= \binom{5}{2} \cdot 0,25^2 \cdot 0,75^3 + \binom{5}{3} \cdot 0,25^3 \cdot 0,75^2 + \binom{5}{4} \cdot 0,25^4 \cdot 0,75^1 + 0,25^5$$

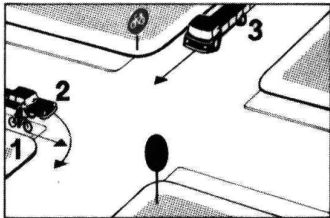
$$\approx 26,4 \% + 8,8 \% + 1,5 \% + 9,8 \cdot 10^{-4}$$

$$\approx 0,367 = 36,7 \%$$

Bei 3 überlegten, richtigen Antworten steigt die Chance, den Test durch Raten der restlichen Bilder zu bestehen, auf 36,7 %.

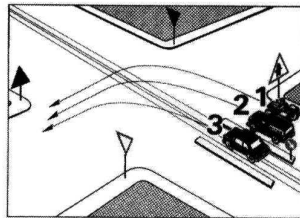
# Arbeitsblatt: Fahrschultest

Wer darf zuerst fahren?



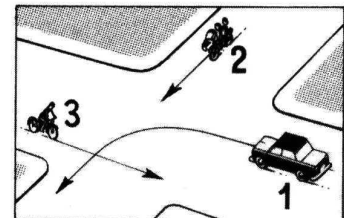
Nr. \_\_\_\_\_

Wer hat sich richtig eingeordnet?



Nr. \_\_\_\_\_

Wer muß bis zuletzt warten?

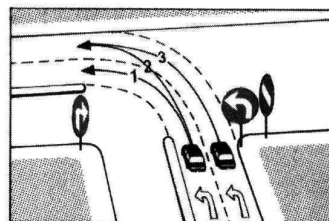


Nr. \_\_\_\_\_

Zu welchem Zweck darf die Hupe außerhalb geschlossener Ortschaften benutzt werden?

- Als Grußzeichen.
- Als Warnsignal.
- Als Überholsignal.

Auf welcher der angegebenen Fahrlinien 1, 2 oder 3 kann das Fahren zur Gefährdung führen?



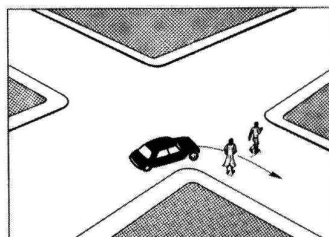
Nr. \_\_\_\_\_

Sie kommen an eine Kreuzung, an der Sie die Vorfahrtslage im Augenblick nicht erkannt haben. Wie verhalten Sie sich?

- Warten und sich gegebenenfalls untereinander verständigen.
- Kreuzung zügig überqueren.
- Zügig als erster fahren, dann klärt sich die Situation von selbst.

Wie hat sich der Führer des Fahrzeugs zu verhalten?

- Er muß durch Hupen die Fußgänger zu größerer Eile auffordern.
- Da Fußgänger auf ihn Rücksicht nehmen, darf er weiterfahren.
- Er muß warten und den Fußgängern das Überqueren ermöglichen.



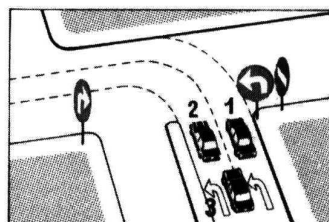
**1. Beantworte die Fragen. Wenn Du keine Ahnung von nix hast, rate einfach. (Kleiner Tipp: Es ist immer nur eine Antwort richtig.) Falls Du Bescheid weißt, ist alles klar und hoffentlich alles richtig. Besprecht gemeinsam, was tatsächlich gemeint ist.**

**2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man nur durch Raten 0, 1, 2, ... Richtige Antworten auf dem Fahrschulbogen erzielt?**

**3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden im Falle bloßen Ratens folgende Antworten richtig gegeben:**  
 a) mehr als die Hälfte?  
 b) höchstens 5?  
 c) keine?  
 d) mindestens eine?  
 e) alle?  
 f) alle, wenn ich 6 sicher weiß und den Rest rate?  
 g) 6, wenn ich 2 sicher weiß?

Wie sollte man sich einordnen, wenn man nach dem Linksabbiegen gleich darauf rechts abbiegen will?

- Wie Nr. 3.
- Wie Nr. 2.
- Wie Nr. 1.



$X$  = Anzahl der richtigen Antworten;  $n = 8$ ;  $p = \frac{1}{3}$

2.

$$P(X=0) = \binom{8}{0} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8, P(X=1) = \binom{8}{1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7, P(X=2) = \binom{8}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6, \dots$$

3.

$$\begin{aligned} \text{a) } P(X \geq 5) &= P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) \\ &= \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 + \binom{8}{6} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \binom{8}{7} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{8}{8} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \\ &\approx 6,83 \% + 1,71 \% + 0,24 \% + 0,015 \% \approx 8,8 \%. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } P(X \leq 5) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) \\ \text{Oder einfacher: ich berechne den Rest (von } X = 6 \text{ bis } 8) \text{ und ziehe ihn von der} \\ \text{Gesamtwahrscheinlichkeit } 100 \% \text{ ab:} \\ P(X \leq 5) &= 1 - P(X > 5) = 1 - 1,97 \% \approx 98 \%. \text{ (s. a.)} \end{aligned}$$

$$\text{c) } P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^8 \approx 3,9 \%.$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(X \geq 1) &= P(X = 1) + P(X = 2) + \dots + P(X = 8) \\ &= 1 - P(X = 0) \\ &\approx 1 - 3,9 \% \approx 96,1 \%. \end{aligned}$$

$$\text{e) } P(X = 8) = \left(\frac{1}{3}\right)^8 = 0,015 \%.$$

$$\begin{aligned} \text{f) } X: \text{ Zahl der richtigen Antworten, } n = 2, p = \frac{1}{3} \\ P(X = 2) &= \binom{2}{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \approx 11,1 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g) } n = 6 \\ P(X = 4) &= \binom{6}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \approx 8,2 \% \end{aligned}$$

Eine Formel für die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten zur sogenannten Binomialverteilung lautet demnach:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot q^{n-k} \text{ für einen } n\text{-fachen Versuch mit } k \text{ Erfolgen und jeweils } 2 \text{ konstanten Ausfallwahrscheinlichkeiten: } p \text{ für Erfolg und } q = 1 - p \text{ für Misserfolg.}$$

## Arbeitsblatt: Multiple-Choice-Test

Ein Multiple-Choice-Test besteht aus 30 Fragen mit jeweils 4 Antwortmöglichkeiten, von denen jeweils genau eine richtig ist.

Aufgabe 1:

- a) Wie viele Fragen werden durchschnittlich nur durch Raten richtig beantwortet?
- b) Wie stark weichen die durch Raten richtig beantworteten Fragen durchschnittlich vom Mittelwert aus a) ab?
- c) Wie viele Fragen sollten wenigstens richtig beantwortet werden, wenn man vorgibt mehr gewusst zu haben als nur zu raten.

Aufgabe 2:

- a) Wie viele Fragen werden durchschnittlich nur durch Raten falsch beantwortet?
- b) Wie stark weichen die durch Raten falsch beantworteten Fragen durchschnittlich vom Mittelwert aus a) ab?
- c) Wie viele Fragen sollten höchstens falsch beantwortet werden, wenn man vorgibt mehr gewusst zu haben als nur zu raten.

Aufgabe 3:

- a) Wie viele Fragen müssen mindestens richtig beantwortet werden, damit höchstens 5, 4, 3, 2, 1 von 100 Personen nur durch Raten bestehen?
- b) Wie viel Prozent werden durch Raten bestehen, wenn mindestens 20, 21, 22, ... Fragen richtig beantwortet werden müssen, um den Test zu bestehen.
- c) Was fällt an den Ergebnissen aus a) und b) auf? Wie lassen sich die Zahlen interpretieren?

Aufgabe 4:

- a) Wie viele Fragen dürfen höchstens falsch beantwortet werden, damit höchstens 5, 4, 3, 2, 1 von 100 Personen nur durch Raten bestehen?
- b) Wie viel Prozent werden durch Raten bestehen, wenn höchstens 10, 9, 8, ... Fragen falsch beantwortet werden dürfen, um den Test zu bestehen.
- c) Was fällt an den Ergebnissen aus a) und b) auf? Wie lassen sich die Zahlen interpretieren?