

Geometrie und Computergrafik: Geraden im Raum

Moderne Computerspiele versuchen dreidimensionale Effekte zu erzeugen, damit Grafiken realistisch wirken.

Die Abbildung rechts ist ein Screenshot des Computerspiels „Infamous second son“. Das Spiel erzeugt einen hervorragenden dreidimensionalen Eindruck.

Um dies zu realisieren werden Spieleszenen häufig zunächst als echtes dreidimensionales Modell hergestellt, um dreidimensionale Koordinaten abtasten zu können¹. Anhand der Koordinaten können anschließend zum Beispiel Gebäudebegrenzungen oder Schüsse mit Geradengleichungen im Raum realitätsnah dargestellt werden.



Eine Alternative zur bekannten Punkt-Steigungsform $y = mx + b$ einer Geraden ist die **Punkt-Richtungsform** oder auch **parametrisierte Geradengleichung**. Sie lässt sich folgendermaßen im 2- und 3-Dimensionalen bestimmen:

<p>Eine Punkt-Richtungsform der Geraden g durch die Punkte X und Y ist zum Beispiel:</p> $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>wobei \vec{x} für jede Zahl t einen Punkt in der Ebene beschreibt.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wie hängen die Zahlen in der Gleichung von den Koordinaten von X und Y ab? 2. Wie muss man rechnen, damit sich für $t = -2, -1, 0, 1, 2$ Punkte auf g ergeben? 3. Zeichne die Geraden zu den Gleichungen $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $g_3 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ <p>Was fällt auf? Erkläre!</p>	<p>Eine Punkt-Richtungsform der Geraden g durch die Punkte $A(2,6,2)$ und $B(4,2,1)$ ist zum Beispiel:</p> $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$ <ol style="list-style-type: none"> 4. Wie hängen die Zahlen in der Gleichung von den Koordinaten von A und B ab? 5. Welche Punkte erhält man für $t = -2, -1, 0, 1, 2, 3$? 6. Finde 2 weitere Geradengleichungen, die durch die Punkte A und B verlaufen. 7. Begründe, ob die Gleichung $g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ <p>eine Gerade durch die Punkte A und B ist.</p>

8. Geradengleichungen in Punkt-Steigungsform und Punkt-Richtungsform sind sich in gewisser Weise ähnlich. Erkennst du inwiefern?

¹ Ob das bei diesem Spiel auch so ist, verraten die Herstellerfirmen natürlich nicht!