

Kongruenz

In der Geometrie ist der Begriff „kongruent“ ein wichtiger Fachbegriff für die Beziehung zwischen zwei geometrischen Figuren:

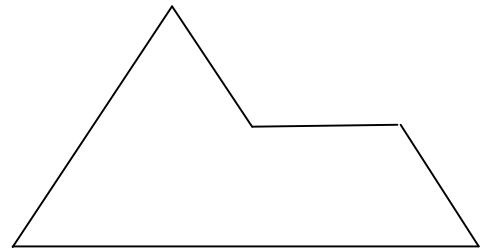
Zwei geometrische Figuren sind **kongruent**, wenn sie ausgeschnitten so aufeinander gelegt werden können, dass sie miteinander genau zur Deckung kommen. Das heißt nichts darf überstehen und nichts darf fehlen. Kongruent nennt man daher umgangssprachlich auch **deckungsgleich**.

Aufgabe 1: Kongruent zerlegen

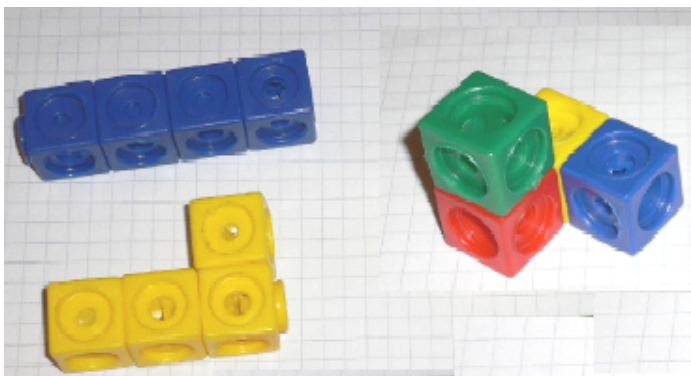
- Zerlege ein Quadrat auf mindestens drei Arten in zwei kongruente Teile.
- Zerlege ein gleichseitiges Dreieck auf mindestens drei Arten in zwei kongruente Teile.
- Schaffst du es ein gleichseitiges Dreieck in 3 kongruente Drachen oder in 3 kongruente Trapeze zu zerlegen?
- Zerlege einen Kreis auf mindestens drei Arten in vier kongruente Teile.

Aufgabe 2: Kongruent vergrößern

- Wie kann man 4 kongruente „Sphinx'en“ (wie im Bild rechts) so zusammenlegen, dass wieder eine Sphinx der gleichen Form entsteht (nur vergrößert)?
- Finde andere kongruente Figuren, von denen man 4 aneinanderlegen kann, so dass wieder die gleiche Form entsteht (nur vergrößert).



Aufgabe 3: Kongruenz in 3-D



Wie viele verschiedene Körper kann man aus zusammengesteckten Würfeln bauen?

Das zum Zusammenstecken am Würfel Noppen und Aussparungen vorhanden sind, soll nicht beachtet werden.

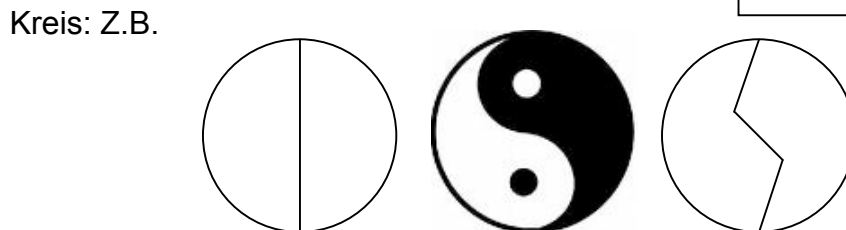
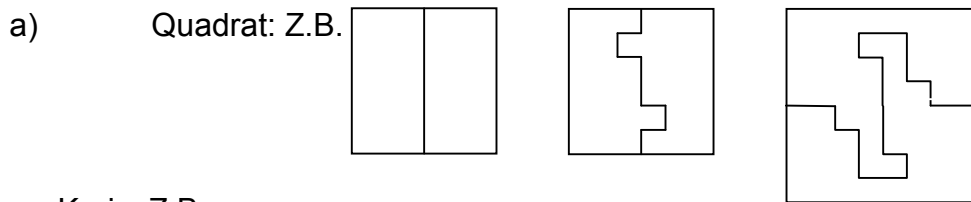
Das Bild zeigt ein paar Möglichkeiten mit vier Würfeln.

- Zum „warm“ werden: Wie viele Möglichkeiten gibt es verschiedenen Körper aus 3 gleichfarbigen Würfeln zu bauen?
- Wie viele Möglichkeiten gibt es verschiedenen Körper aus 3 Würfeln mit 3 verschiedenen Farben zu bauen?
- Sicher habt ihr jetzt Erfahrung genug, um die Frage a) mit vier gleichfarbigen Würfeln zu bearbeiten. Finde alle 8 Möglichkeiten.
- Baut und zeichnet alle verschiedenen Körper, die aus 5 gleichfarbigen Würfeln bestehen. Findest du alle 29 Möglichkeiten?


Lösungen:

3b) 5

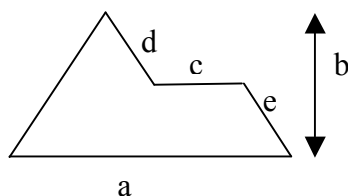
Mögliche Lösungen



a2) Für die Herstellung der Zerlegung ist die Punktspiegelung/Drehung nützlich. Hierfür sucht man den Mittelpunkt der Symmetrieachse des Quadrates/Kreises, verändert innerhalb der Figur (den Rand darf man nicht berühren, da nur in 2 Teile zerlegt werden darf) eine Seite beliebig und bildet diese Seite über den Mittelpunkt mit Hilfe der Kongruenzabbildung ab.

b1)  Die Breite a und Höhe b der Sphinx kann beliebig gewählt werden.

Der „Rücken“ c der Sphinx muss aber in halber Höhe b parallel zu a verlaufen und d und e müssen parallel und gleich lang sein, damit zwei Sphinxen ein Parallelogramm



ergeben (einfacher ist die umgekehrte Überlegung: Die Sphinx ist eine Zerlegung eines Parallelogramms in zwei kongruente Teile).

b2) Betrachtet man eine Sphinx (z.B. die Sphinx unten links auf dem oberen Bild) als Ausgangssphinx, so diese auf die Positionen der beiden Sphinxen rechts durch Translation und Translation in Verbindung mit einer Rotation verschoben werden. Für die Sphinx darüber benötigt man alle drei Abbildungen (Translation, Rotation und Spiegelung – bzw. nur Spiegelungen, da ja jede Kongruenzabbildung auf eine Verkettung von Spiegelungen zurückgeführt werden kann).