

Gruppen-Screening

Ein Ausflug in die Medizin über die Stochastik und Analysis

Gruppen-Screening ist ein Verfahren, das u.a. zur Reduzierung der unnötigen Untersuchung von Blutproben bei großer Anzahl an Probanden dient. Im Jahre 1943 hat dies der Amerikaner Robert Dorfman vorgeschlagen. Dorfman beruft sich in seinem Artikel¹ auf die vom United States Public Health Service angeordnete Untersuchung einer großen Zahl neu eingezogener Wehrpflichtiger auf Syphilis². Verwendet wurde hierfür die sogenannte Wassermannsche Reaktion (benannt nach dem deutschen Serologen August Paul von Wassermann, 1866-1925), eine Komplementbindungsreaktion zum Nachweis von Reaginen (Antikörpern) im Blut Syphilis erkrankter Patienten.

Die Wassermannsche Reaktion erfordert einen hohen Laboratoriumsaufwand (Testen ist also teuer), ist aber auch bei starker Verdünnung der Blutproben noch sehr empfindlich. Da außerdem noch große Probandenanzahlen untersucht werden mussten, kam Dorfmann auf die Idee seines kosten- und zeitsparenden Verfahrens:

Im Wesentlichen besteht Dorfmanns Idee darin, das Blut von k Patienten zu mischen und erst diese Probenmischung auf Syphilis zu testen. Ein Zahlenbeispiel zeigt die Idee klarer:

Angenommen Syphilis träte bei etwa einem von 100 Soldaten auf. Würden also 100 Soldaten auf Syphilis untersucht, so könnte man davon ausgehen, dass ein mit Syphilis infizierter Soldat unter den 100 ist. Würde man jeden Soldaten einzeln testen, so wären 100 Tests erforderlich! Würde man das Blut von je 2 Soldaten mischen, so wären zunächst nur 50 Tests erforderlich. Da aber eine der 50 Proben infiziertes Blut enthält, wären erneut 2 Tests für die einzelnen Soldaten der 2er Probe erforderlich. Insgesamt kommt man mit dieser Strategie also nur auf 52 Tests – eine überzeugende Zeit- und Kostenersparnis!

- 1) Es stellt sich z.B. die Frage, ob es eine optimale „Mischstrategie“ gibt: Kann man für $n=100$ Soldaten und einer „Infektionswahrscheinlichkeit“ von $p=0,01$ (man erwartet also, dass einer der 100 Soldaten infiziert ist) eine optimale Anzahl k an Soldaten, deren Blut gemischt wird, finden, so dass die Anzahl der notwendigen Test minimal wird?
- 2) Wie sieht die Situation für $n=100$ und $p=0,02$ aus, wenn man das Blut von jeweils 2 Soldaten mischt? Bearbeitungstipps:
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Blutmischung nicht infiziert ist?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Blutmischung infiziert ist?
 - Wie viele Tests sind jeweils durchzuführen?
 - Wie viele erkrankte Soldaten kann man erwarten?
- 3) Was ändert sich, wenn man das Blut von jeweils 3, 4, ... , k Soldaten für $p=0,02$ und $n=100$ mischt?
- 4) Wie könnte man die optimale Anzahl k für $p=0,02$ und $n=100$ mit Hilfe einer Verallgemeinerung für k Soldaten berechnen?

¹ Dorfman, R.: The detection of defective members of large populations. – In: The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 14, 1943, S.436- 440

² auch **Lues**, **Lues venerea**, **harter Schanker** oder **Franzosenkrankheit** genannt, ist eine Infektionskrankheit, die zur Gruppe der sexuell übertragbaren Erkrankungen gehört. Der Erreger der Syphilis ist das Bakterium *Treponema pallidum*. Die Syphilis wird hauptsächlich bei sexuellen Handlungen durch Schleimhautkontakt und ausschließlich von Mensch zu Mensch übertragen. Während der Schwangerschaft und bei der Geburt kann eine erkrankte Mutter die Infektion auf ihr Kind übertragen (*Syphilis connata*). Quelle: Wikipedia