



Name: _____

Abiturprüfung 2009

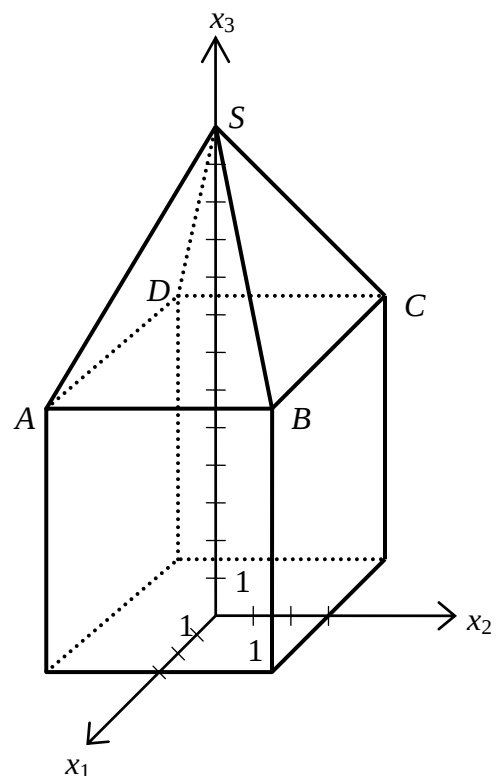
Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung

Auf einen Quader mit der Grundfläche in der x_1 - x_2 -Ebene ist eine Pyramide mit folgenden Eckpunkten aufgesetzt: $A(3|-3|7)$, $B(3|3|7)$, $C(-3|3|7)$, $D(-3|-3|7)$ und $S(0|0|13)$ (siehe nebenstehende Abbildung).

a) Die Ebene E_1 verläuft durch die Mitte der Pyramidenkanten \overline{SB} bzw. \overline{SD} und den Punkt C . Die Pyramidenkante \overline{AS} liegt auf einer Geraden g .

- (1) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene E_1 in Parameterform.
- (2) Geben Sie eine Gleichung für die Gerade g an.
- (3) Zeigen Sie, dass die Gerade g die Ebene E_1 rechtwinklig schneidet.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E_1 in Koordinatenform.



(12 Punkte)

b) (1) Zeigen Sie, dass es sich bei der Pyramide $ABCDS$ um eine quadratische Pyramide handelt, und berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCDS$.

- (2) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Mantelfläche der Pyramide.

(14 Punkte)



Name: _____

c) Die Dreiecksfläche BCS liegt in einer Ebene E_2 .

(1) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene E_2 in Koordinatenform und zeigen Sie, dass die Punkte $F_1(0|1|11)$, $F_2(1|2|9)$ und $F_3(-1|2|9)$ in der Ebene E_2 liegen.

[Zur Kontrolle: $E_2: 2x_2 + x_3 - 13 = 0$]

(2) Zeigen Sie, dass das Dreieck $F_1F_2F_3$ gleichschenkelig ist. (13 Punkte)

d) Die Gerade h ist durch folgende Gleichung gegeben: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 11 \\ 14 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$.

(1) Bestimmen Sie die Koordinaten des Durchstoßpunktes L der Geraden h mit der Ebene E_2 aus Teilaufgabe c)(1).

[Zur Kontrolle: $L\left(1\frac{1}{3} | 1\frac{1}{3} | 10\frac{1}{3}\right)$]

(2) Weisen Sie nach, dass der Punkt L auf der Seitenkante \overline{BS} des Dreiecks BCS liegt.

(11 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
- Muttersprachliches Wörterbuch für Studierende, deren Muttersprache nicht Deutsch ist