



Name: _____

Abiturprüfung 2011

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(9|-4|-2)$, $B(-3|8|-2)$, $C(-3|-4|10)$, $P(3|2|4)$ und $Q(-2|-3|-1)$ gegeben.

- a) (1) Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck ABC gleichseitig ist.
(2) Berechnen Sie je eine Gleichung der Ebene E_{ABC} , die A , B und C enthält, in Parameter- und Koordinatenform.
[Zur Kontrolle: $E_{ABC} : x_1 + x_2 + x_3 = 3$] (11 Punkte)

- b) Der Punkt $S(1|0|2)$ ist der Schwerpunkt des Dreiecks ABC .

Zeigen Sie, dass die Gerade g , die durch P und Q verläuft, die Ebene E_{ABC} in S senkrecht schneidet. (9 Punkte)

- c) Das Dreieck ABC soll Seitenfläche eines **regelmäßigen**¹ Tetraeders $ABCD$ sein.

- (1) Bestimmen Sie die beiden Punkte der Geraden g aus Teilaufgabe b), die als vierter Eckpunkt D des Tetraeders $ABCD$ in Frage kommen.

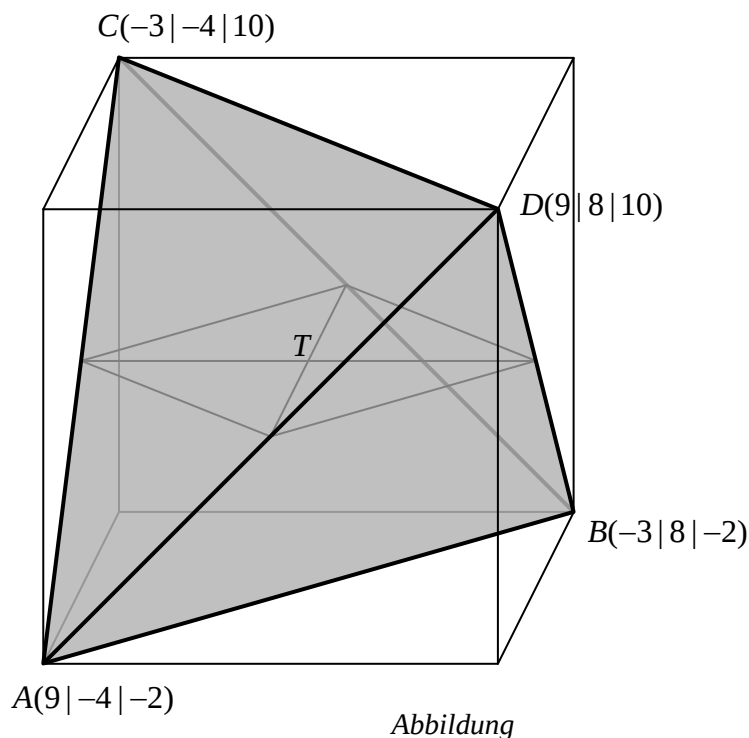
Das regelmäßige Tetraeder $ABCD$ mit $D(9|8|10)$ als viertem Eckpunkt ist einem Würfel einbeschrieben, wie in der Abbildung auf Seite 2 dargestellt.

- (2) Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Ebene E_{ABC} und das Volumen des Tetraeders $ABCD$. (15 Punkte)

¹ Alle vier Flächen eines **regelmäßigen** Tetraeders sind **gleichseitige** Dreiecke.



Name: _____



- d) (1) Geben Sie die Koordinaten der Mittelpunkte M_{AD} , M_{DB} , M_{BC} und M_{CA} der Strecken \overline{AD} , \overline{DB} , \overline{BC} und \overline{CA} an.
- (2) Zeigen Sie, dass das Viereck $M_{AD}M_{DB}M_{BC}M_{CA}$ ein Quadrat ist.
- (3) Der Punkt $T(3|2|4)$ ist der Mittelpunkt des Quadrates $M_{AD}M_{DB}M_{BC}M_{CA}$.
Ermitteln Sie den Abstand dieses Punktes T von der Kante \overline{CD} des Tetraeders.

(15 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung