



Name: \_\_\_\_\_

## Abiturprüfung 2010

### Mathematik, Grundkurs

---

#### Aufgabenstellung:

An einer Autobahnbaustelle wird die Stauentwicklung im Berufsverkehr untersucht. Aus den an einem bestimmten Tag erhobenen Messdaten wird die **momentane Änderungsrate** der Staulänge (stark vereinfacht) durch die Funktion  $f$  mit der Gleichung

$$f(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{9}{2}t^2 + 6t, \quad 0 \leq t \leq 4,$$

modelliert ( $t$  in Stunden,  $f(t)$  in Kilometern **pro Stunde**). Um 6.00 Uhr ( $t = 0$ ) beginnen sich die Fahrzeuge zu stauen. Der Graph von  $f$  ist in *Abbildung 1* dargestellt.

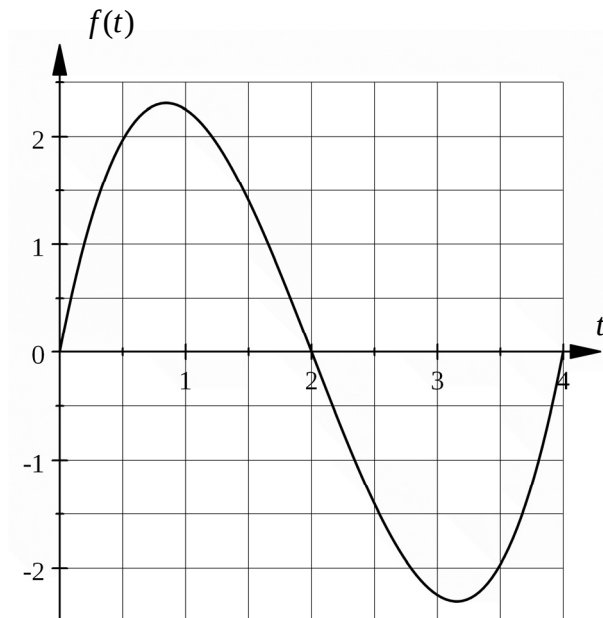


Abbildung 1



Name: \_\_\_\_\_

a) Berechnen Sie die Nullstellen von  $f$  und erklären Sie die Bedeutung positiver und negativer Funktionswerte von  $f$  im Sachzusammenhang. (6 Punkte)

b) Bestimmen Sie rechnerisch die Zeitpunkte, zu denen die Staulänge am schnellsten zunimmt bzw. abnimmt. (14 Punkte)

c) (1) Begründen Sie, warum die Funktion  $F$  mit der Gleichung  $F(t) = \frac{3}{16}t^4 - \frac{3}{2}t^3 + 3t^2$ ,  $0 \leq t \leq 4$ , die Staulänge zum Zeitpunkt  $t$  beschreibt.

(2) Berechnen Sie die Staulänge für 6.30 Uhr.

(3) Berechnen Sie, um wie viel die Staulänge von 6.30 Uhr bis 7.00 Uhr zunimmt, und geben Sie für diesen Zeitraum die durchschnittliche Änderungsrate der Staulänge an.

(4) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Staulänge ihr Maximum erreicht, und berechnen Sie diese maximale Staulänge. (20 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

d) An einem bestimmten Tag beginnt der Stau um 6.00 Uhr ( $t = 0$ ) und hat sich um 10.00 Uhr ( $t = 4$ ) vollständig aufgelöst.

- (1) Begründen Sie, warum es nicht möglich ist, die momentane Änderungsrate der Staulänge an diesem Tag durch die (differenzierbare) Funktion  $g$  zu modellieren, deren Graph in Abbildung 2 dargestellt ist.
- (2) Ermitteln Sie eine notwendige Bedingung, die jede (differenzierbare) Funktion  $h$ , die die momentane Änderungsrate der Staulänge an diesem Tag sinnvoll modelliert, erfüllen muss. (10 Punkte)

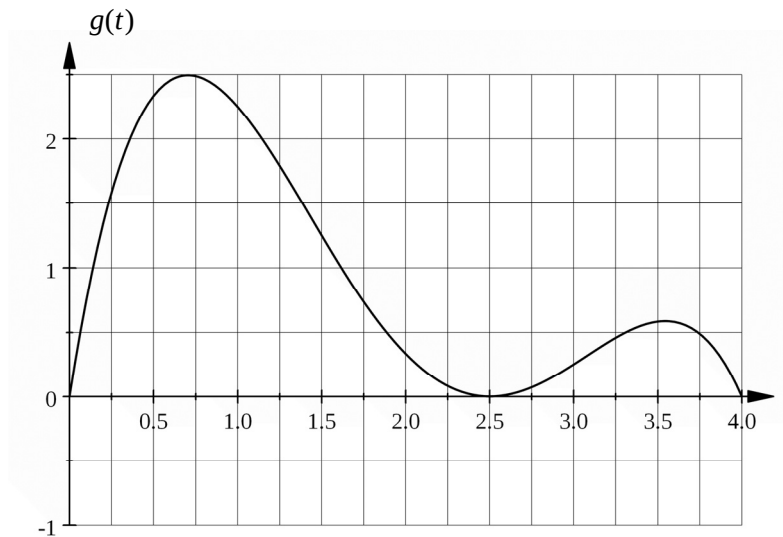


Abbildung 2

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung