Unterlagen für die Lehrkraft

Abiturprüfung 2007

Mathematik, Grundkurs

1. Aufgabenart

1 Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage

4. Bezüge zu den Vorgaben 2007

1. *Inhaltliche Schwerpunkte*
   - Untersuchung von ganzrationalen Funktionen
   - Flächenberechnung durch Integration

2. *Medien/Materialien*
   - entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen

6.1 Modelllösungen

Modelllösung a)

Schnittpunkt mit der y-Achse: $S_y(0|1)$

Nullstellen: Nach Substitution ($z = x^2$) erhält man $z^2 - 18z - 27 = 0$ mit den Lösungen $z_{1/2} = 9 \pm \sqrt{108}$. Da $z_2 < 0$, erhält man für x nur 2 Lösungen: $x_{1/2} = \pm\sqrt{9+\sqrt{108}} \approx \pm 4{,}4$.

rel. Extrempunkte: $f'(x) = -\frac{4}{27}x^3 + \frac{4}{3}x = 0$ führt zu den potentiellen Extremstellen $x_1 = -3$; $x_2 = 0$; $x_3 = 3$. Wegen $f''(0) > 0$ und $f''(\pm 3) < 0$ ergeben sich ein rel. Tiefpunkt bei $T(0|0)$ und zwei Hochpunkte: $H_1(3|4)$ und $H_2(-3|4)$.

Symmetrie: Für alle $x \in IR$ gilt $f(x) = f(-x)$

(oder: f ist ganzrational mit ausschließlich geraden Exponenten).

Modelllösung b)

Aufgrund der Vorgaben gilt $f(x) \leq 4$ für alle x ; also ist (z. B.) zu berechnen:

$\int_0^3 (4-(-\frac{1}{27}x^4+\frac{2}{3}x^2+1))dx$. Eine Stammfunktion: $F(x)=\frac{1}{135}x^5-\frac{2}{9}x^3+3x$

Für das bestimmte Integral ergibt sich der Wert 4,8. Flächeninhalt A = 9,6 FE.

Modelllösung c)

Wegen des Scheitelpunkts $S(0|0)$ ist der Ansatz $y = ax^2$ möglich.
Einsetzen der Koordinaten des vorgegeben Punkts führt zu $a=\frac{4}{9}$.

Flächenberechnung (analog zu Teil b)): $\int_0^3 (4-\frac{4}{9}x^2)dx=\left[4x-\frac{4}{27}x^3\right]_0^3=8$.

Also A = 16 FE. Mit s = 6 LE und h = 4 LE liefert die Formel ebenfalls das Ergebnis.

Modelllösung d)

Die Schnittstellen der Geraden mit $y = c$ und der Parabel mit $y=\frac{4}{9}x^2$ liegen bei

$x_{1/2} = \pm\frac{3}{2}\sqrt{c}$ ($c > 0$). Für die Formel ergeben sich für h und s folgende Maßzahlen:

$h = c$ und $s = 2\cdot\frac{3}{2}\sqrt{c} = 3\sqrt{c}$. Also $A = \frac{2}{3}\cdot c\cdot 3\sqrt{c} = 2c\sqrt{c}$ [FE].

Mit Integration : $\int_0^{\frac{3}{2}\sqrt{c}} (c-\frac{4}{9}x^2)dx=\ldots=c\sqrt{c}$ (für die halbe Flächenmaßzahl).

6.2 Teilleistungen – Kriterien

Teilaufgabe a)

	Anforderungen Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)[1]
1	berechnet den Schnittpunkt mit der y-Achse.	2 (I)
2	bestimmt die Nullstellen (biquadratische Gleichung).	6 (II)
3	berechnet die notwendigen Ableitungen.	3 (I)
4	bestimmt die Extrempunkte.	5 (II)
5	begründet, dass der Graph achsensymmetrisch ist.	2 (II)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

[1] AFB = Anforderungsbereich

Teilaufgabe b)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	zeichnet die Gerade ein.	2 (I)
2	ermittelt einen Ansatz zur Berechnung des Inhalts.	4 (II)
3	berechnet den Inhalt mit Hilfe der Integralrechnung.	5 (I)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

Teilaufgabe c)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	leitet die Parabelgleichung her.	4 (II)
2	berechnet den Inhalt der eingeschlossenen Fläche.	5 (I)
3	zeigt die Gültigkeit der Formel im vorliegenden Fall.	4 (II)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

Teilaufgabe d)

	Anforderungen **Der Prüfling**	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
1	ermittelt den Inhalt der Fläche in Abhängigkeit von c durch Einsetzen in die Formel.	4 (III)
2	ermittelt den Inhalt der Fläche in Abhängigkeit von c mit Hilfe der Integralrechnung.	4 (III)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

7. Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings:_____________________________________ Kursbezeichnung:____________

Schule: ____

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**[2]	**ZK**	**DK**
1	berechnet den Schnittpunkt …	2 (I)			
2	bestimmt die Nullstellen …	6 (II)			
3	berechnet die notwendigen …	3 (I)			
4	bestimmt die Extrempunkte.	5 (II)			
5	begründet, dass der …	2 (II)			
Sachlich richtige Alternativen (18):					
	Summe Teilaufgabe a)	**18**			

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	**Lösungsqualität**			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	zeichnet die Gerade ein.	2 (I)			
2	ermittelt einen Ansatz …	4 (II)			
3	berechnet den Inhalt …	5 (I)			
Sachlich richtige Alternativen (11):					
	Summe Teilaufgabe b)	**11**			

2 EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	leitet die Parabelgleichung her.	4 (II)			
2	berechnet den Inhalt …	5 (I)			
3	zeigt die Gültigkeit …	4 (II)			
Sachlich richtige Alternativen (13): …………………………………………………………………… ……………………………………………………………………					
	Summe Teilaufgabe c)	**13**			

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	Lösungsqualität			
	Der Prüfling	**maximal erreichbare Punktzahl (AFB)**	**EK**	**ZK**	**DK**
1	ermittelt den Inhalt …	4 (III)			
2	ermittelt den Inhalt …	4 (III)			
Sachlich richtige Alternativen (8): …………………………………………………………………… ……………………………………………………………………					
	Summe Teilaufgabe d)	**8**			

	Summe insgesamt	**50**			

Die Festlegung der Gesamtnote der Prüfungsleistung erfolgt auf dem Bewertungsbogen einer Aufgabe aus der Aufgabengruppe 2.