



Name: _____

Abiturprüfung 2007

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

- a) Ermitteln Sie die Achsenschnittpunkte und die relativen Extrempunkte des Graphen der auf Seite 2 dargestellten Funktion f mit

$$f(x) = -\frac{1}{27}x^4 + \frac{2}{3}x^2 + 1.$$

Begründen Sie, dass der Graph von f symmetrisch zur y -Achse ist. (18 Punkte)

Benutzen Sie im Folgenden, dass einer der Hochpunkte $H(3 | 4)$ ist und dass die relativen Hochpunkte auch absolute Hochpunkte sind.

- b) Die Gerade g mit $y = 4$ verläuft durch die Hochpunkte des Graphen von f .

Zeichnen Sie die Gerade g in die Abbildung auf Seite 2 ein.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Graphen von f und der Geraden g eingeschlossen wird. (11 Punkte)

- c) Leiten Sie die Gleichung der Parabel her, die ihren Scheitelpunkt im Ursprung hat und die durch die beiden Hochpunkte des Graphen von f verläuft.

[Zur Kontrolle: $y = \frac{4}{9}x^2$]

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von der Parabel und der Geraden g aus Teilaufgabe b) eingeschlossen wird.

Zeigen Sie, dass sich der Inhalt A dieser Fläche auch mit der Formel $A = \frac{2}{3} \cdot s \cdot h$

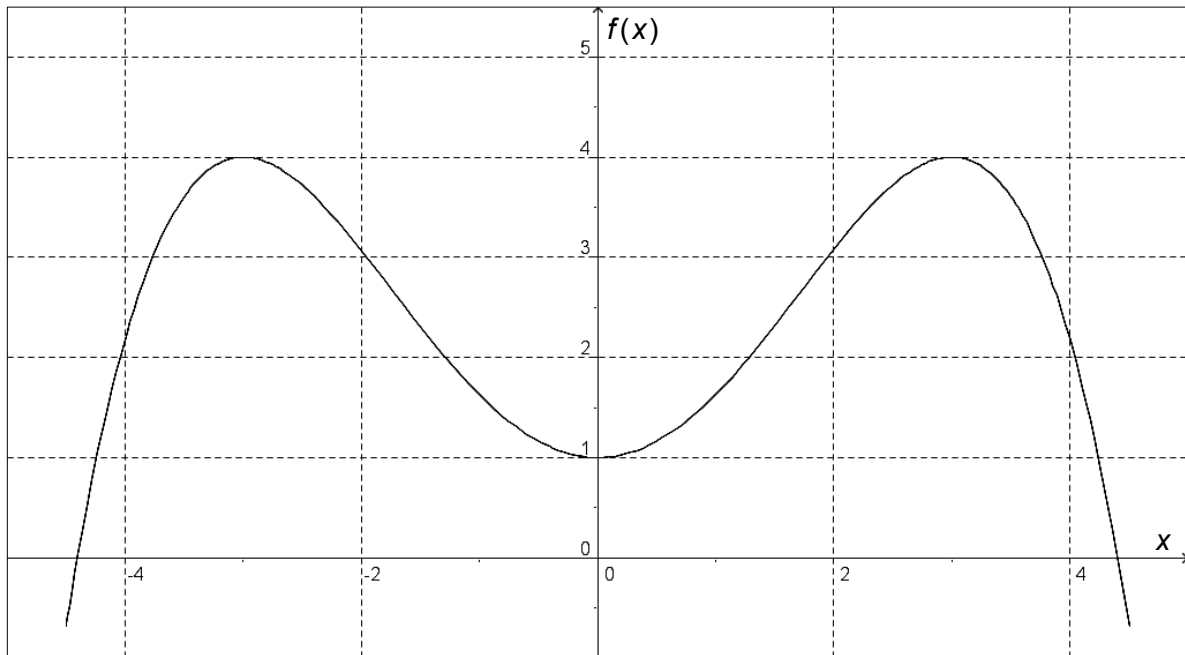
berechnen lässt, wobei s der Abstand der beiden Schnittpunkte der Geraden g mit der Parabel und h der Abstand des Scheitelpunkts zur Geraden ist. (13 Punkte)

- d) Zeigen Sie allgemein, dass die obige Formel zur Berechnung der eingeschlossenen Fläche auch dann gilt, wenn die Parabel zu $y = \frac{4}{9}x^2$ von einer beliebigen Parallelen zur x -Achse ($y = c$, $c > 0$) geschnitten wird.

(8 Punkte)



Funktionsgraph zu $f(x) = -\frac{1}{27}x^4 + \frac{2}{3}x^2 + 1$:



Abbildung

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung