



Name: _____

Abiturprüfung 2010

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

In einem Labor wird ein (Probe-)Körper auf 100 °C erhitzt und anschließend bei konstanter Raumtemperatur von 20 °C abgekühlt. Seine Temperatur während des Abkühlens wird durch die Funktion T mit der Gleichung

$$T(t) = 20 + 80 \cdot e^{-0,01 \cdot t}, \quad t \geq 0,$$

beschrieben (t in Sekunden, $T(t)$ in °C). *Abbildung 1* zeigt den Graphen der Funktion T .

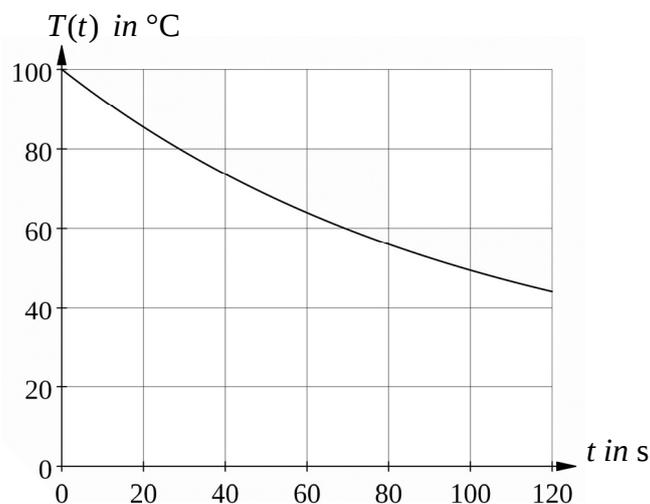


Abbildung 1

- a) (1) *Beschreiben Sie den Verlauf des in *Abbildung 1* dargestellten Funktionsgraphen von T im Sachzusammenhang.*
- (2) *Berechnen Sie die Temperatur, auf die der Körper nach der Zeit $t = 120$ s abgekühlt ist.*
- (3) *Prüfen Sie die Entwicklung der Temperatur des Körpers für große t . (10 Punkte)*



Name: _____

b) Durch $\frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} T(t) dt$ ist die mittlere Temperatur des Körpers innerhalb eines Zeitintervalls $[t_1; t_2]$, $0 \leq t_1 < t_2$, gegeben.

(1) Weisen Sie nach, dass die mittlere Temperatur des Körpers im Zeitintervall $[t_1; t_2]$,

$0 \leq t_1 < t_2$, durch $\frac{1}{(t_2 - t_1)} \cdot (20 \cdot (t_2 - t_1) - 8000 \cdot (e^{-0,01 \cdot t_2} - e^{-0,01 \cdot t_1}))$ berechnet werden kann.

(2) Berechnen Sie die mittlere Temperatur des Körpers innerhalb der ersten 120 Sekunden des Abkühlungsvorgangs. (10 Punkte)

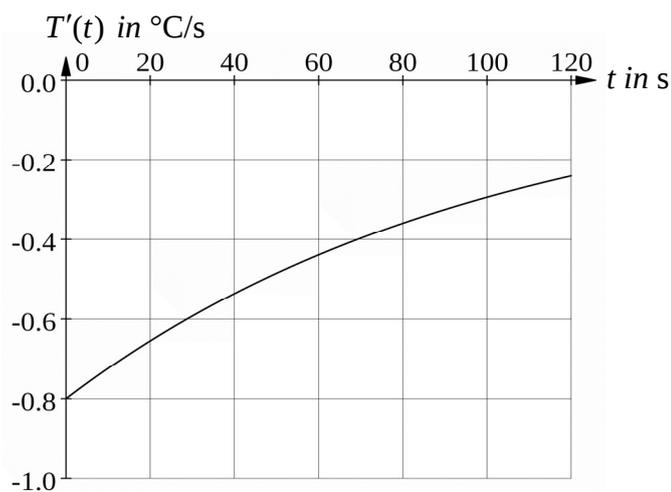


Abbildung 2

c) Die *Abbildung 2* zeigt den Graphen der Abkühlungsgeschwindigkeit T' des Körpers. Es gilt $T'(t) = -0,8 \cdot e^{-0,01 \cdot t}$, $t \geq 0$.

(1) Begründen Sie qualitativ die Eigenschaften des Funktionsgraphen von T in *Abbildung 1* mit den Eigenschaften des in *Abbildung 2* dargestellten Graphen der Funktion T' .

(2) Geben Sie an und begründen Sie, zu welchem Zeitpunkt des Zeitintervalls $[0; 120]$ der Betrag der Abkühlungsgeschwindigkeit maximal ist.



Name: _____

- (3) Der Graph der Funktion T' und die t -Achse schließen im Intervall $[0;120]$ ein Flächenstück ein.

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Flächenstücks und interpretieren Sie die Bedeutung dieses Flächeninhalts im Sachzusammenhang.

- (4) *Ermitteln Sie die mittlere Abkühlungsgeschwindigkeit des Körpers während der ersten 120 Sekunden des Abkühlungsvorgangs.* (18 Punkte)

- d) (1) *Bestimmen Sie die **mittlere Änderungsrate** der Abkühlungsgeschwindigkeit T' des Körpers während der ersten 120 Sekunden des Abkühlungsvorgangs.*

[Zur Kontrolle: Der gesuchte Wert ist ungefähr $0,00466 \text{ °C/s}^2$]

- (2) *Ermitteln Sie den Zeitpunkt des Abkühlungsvorgangs, zu dem die **momentane Änderungsrate** der Abkühlungsgeschwindigkeit des Körpers den Wert der mittleren Änderungsrate seiner Abkühlungsgeschwindigkeit aus (1) hat.* (12 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung