



Name: _____

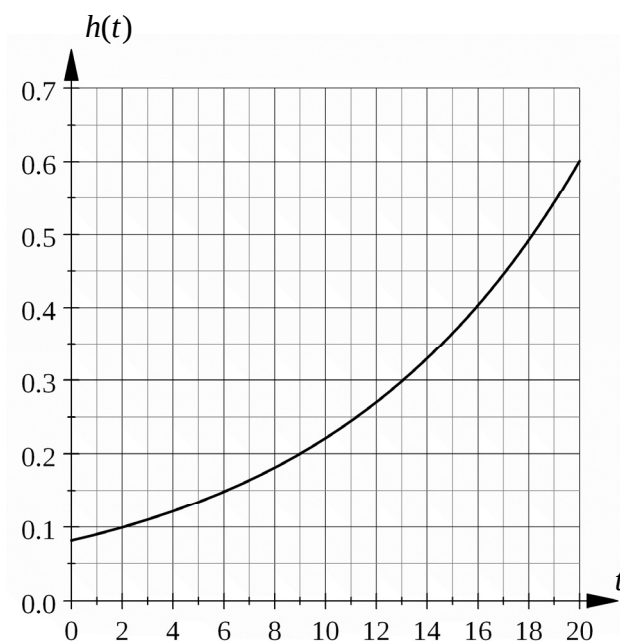
Abiturprüfung 2009

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung

Die Höhe eines Strauches in den ersten zwanzig Tagen nach dem Auspflanzen wird durch die Funktion h mit der Funktionsgleichung $h(t) = 0,2 \cdot e^{0,1t-0,9}$ (t in Tagen, $h(t)$ in Metern) beschrieben. Vom Beginn des 21. Tages an ($t = 20$) verringert sich die Wachstumsgeschwindigkeit des Strauches. Von diesem Zeitpunkt an ist nur noch die Zuwachsrate bekannt, sie wird beschrieben durch die Funktion z mit der Funktionsgleichung $z(t) = 0,02 \cdot e^{-0,1t+3,1}$.

- a) Berechnen Sie den Funktionswert von h an der Stelle $t = 0$ und interpretieren Sie diesen Wert im Sachzusammenhang. Geben Sie anhand der nebenstehenden Abbildung an, zu welchem Zeitpunkt der Strauch eine Höhe von 50 cm hat. Bestimmen Sie den Wert rechnerisch.



(12 Punkte)



Name: _____

b) Bestimmen Sie rechnerisch den Zeitpunkt t innerhalb der ersten zwanzig Tage ($0 \leq t \leq 20$), an dem die Pflanze am schnellsten wächst. Berechnen Sie die zugehörige Wachstumsgeschwindigkeit.

Begründen Sie, warum die angegebene Funktion h nur für einen begrenzten Zeitraum die Höhe der Pflanze beschreiben kann. (11 Punkte)

c) Bestimmen Sie, wie groß der Strauch am Ende des 20. Tages ist und um wie viel er in den folgenden 10 Tagen wächst. (10 Punkte)

d) Ermitteln Sie einen Term $h_2(t)$, der die Höhe des Strauches nach t Tagen ($t > 20$) beschreibt.

Begründen Sie anhand dieses Terms, dass der Strauch nicht beliebig hoch wird, und geben Sie die maximale Höhe des Strauches an.

[Zur Kontrolle: $h_2(t) \approx 1,2 - 0,2 \cdot e^{-0,1 \cdot t + 3,1}$, $t > 20$] (10 Punkte)

e) Alternativ zur Funktion h werde die Höhe des Strauches im Intervall $[0;20]$ durch eine beliebige andere (differenzierbare) Modellfunktion f beschrieben.

Beschreiben Sie ein Verfahren zur Berechnung der größten Differenz zwischen dieser Modellfunktion f und der Funktion h im Intervall $[0;20]$. (7 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
- Muttersprachliches Wörterbuch für Studierende, deren Muttersprache nicht Deutsch ist