

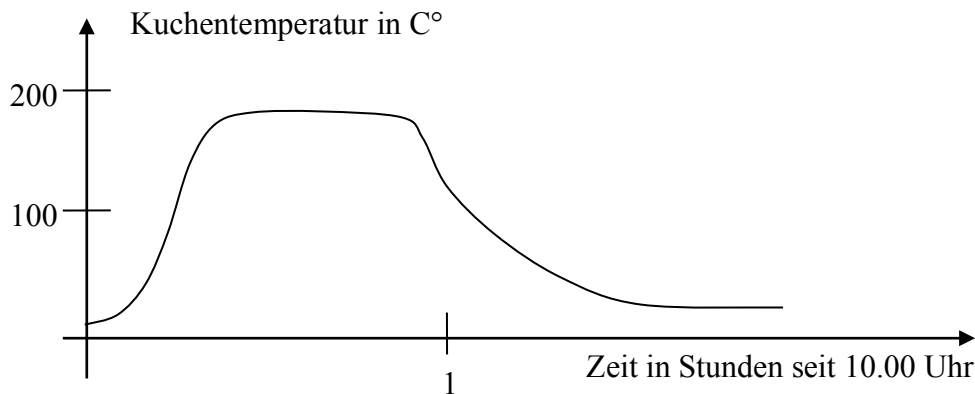
Wozu Ableitungsfunktionen?

Angenommen, du beschließt einen Kuchen zu backen. Ein kalter, vorbereiteter Kuchenteig wird um 10.00Uhr in den vorgeheizten Ofen gestellt. Nachdem der Kuchen fertig ist, wird er auf den Balkon zum Abkühlen gebracht und bei Erreichen der Zimmertemperatur auf den Kaffeetisch gestellt.

- Skizziere den Verlauf der Temperatur des Kuchen(teigs) als Funktionsgraph $f(t)$ vom Start der Vorbereitung bis zum Verzehr des Kuchens ($f(t)$ beschreibt hierbei die Temperatur des Kuchens in $^{\circ}\text{C}$ in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden seit 10.00Uhr). Lege weitere hierfür benötigte Daten selber sinnvoll fest.
- Was ist die Maßeinheit von $f'(t)$ und was kann man über das Vorzeichen von $f'(t)$ über die Zeit sagen?
- Was bedeuten die Angaben $f'(0,1) = 400$, $f'(0,5) = 0$ und $f'(1,5) = -5$ inhaltlich?
- Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion $f'(t)$ zu a). Beschrifte die Koordinatenachsen mit sinnvollen Maßzahlen und Maßeinheiten.

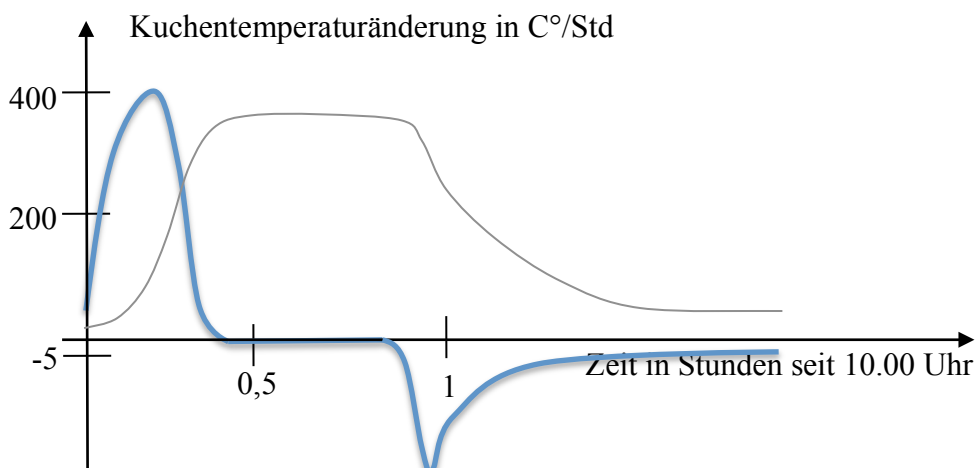
Lösung:

a)



- $f'(t)$ zeigt den Temperaturzuwachs pro Stunde an, demnach ist die Einheit $^{\circ}\text{C}/\text{Std}$ (das kann man auch daran erkennen, dass man beim Differenzenquotient f -Werte durch x -Werte teilt!).
Schiebt man den Kuchen in den Backofen wird er wärmer (das Vorzeichen ist positiv), im Ofen bleibt die Temperatur nahezu gleich (das Vorzeichen ist neutral/0), holt man ihn raus kühlt er ab, d.h. das Vorzeichen wird negativ.
- $f'(0,1[\text{Std}]) = 400[^{\circ}\text{C}/\text{Std}]$ bedeutet, das der Kuchen zum Zeitpunkt 0,1 Std. (also 6min) pro Stunde um $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ erhitzt, wenn die Temperatur so wie zu diesem Zeitpunkt gleichmäßig weiter steigen würde.
 $f'(0,5[\text{Std}]) = 0[^{\circ}\text{C}/\text{Std}]$ bedeutet, das sich die Temperatur vom Kuchen zum Zeitpunkt 0,5 Std. (also 30min) nicht weiter hitzt, wenn die Temperatur so wie zu diesem Zeitpunkt gleichmäßig weiter verlaufen würde.
 $f'(1,5[\text{Std}]) = -5[^{\circ}\text{C}/\text{Std}]$ bedeutet, das der Kuchen zum Zeitpunkt 1,5 Std. (also 90min) pro Stunde um $5\text{ }^{\circ}\text{C}$ kälter wird, wenn die Temperatur so wie zu diesem Zeitpunkt gleichmäßig weiter fallen würde.

d)



Wozu Ableitungsfunktionen?

Angenommen, du beschließt eine Diät zu machen. Innerhalb der nächsten 10 Monate kannst du auch tatsächlich 8 Kilogramm abnehmen und dein Gewicht dann etwa 9 Wochen lang halten. Leider naht die leckere Weihnachtszeit. Im Dezember nimmst du so viel zu, dass dein ursprüngliches Gewicht kurzfristig überschritten wird. Im Januar pendelt sich dein Gewicht leider doch wieder auf ihrem Ursprungsniveau ein.

- Skizziere den Verlauf deines Gewichts als Funktionsgraph $g(t)$ vom Start der Diät bis Januar ($g(t)$ beschreibt dein Gewicht in Kilogramm in Abhängigkeit der Zeit in Monaten seit Beginn der Diät). Lege weitere hierfür benötigte Daten selber sinnvoll fest.
- Was ist die Maßeinheit von $g'(t)$ und was kann man über das Vorzeichen von $g'(t)$ über die Zeit sagen?
- Was bedeuten die Angaben $g'(5) = -1$, $g'(11) = 0$ und $g'(12) = 10$ inhaltlich?
- Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion $g'(t)$ zu a). Beschrifte die Koordinatenachsen mit sinnvollen Maßzahlen und Maßeinheiten.

Wozu Ableitungsfunktionen?

Angenommen, du gewinnst einen Fesselballonflug und nimmst daran teil. Du startest in Attendorn und steigst etwa eine halbe Stunde lang gleichmäßig an, bis du dich ca. 200m über dem Kopf der Nordhelle befindest. Nun hältst du etwa eine Stunde lang die Höhe bis du dich über Hagen befindest. Dort beginnst du den gleichmäßigen Sinkflug Richtung Dortmund. Nach einer dreiviertel Stunde erreichst du den Dortmunder Flughafen, wo du endlich landest.

- Skizziere den Verlauf deiner Höhe als Funktionsgraph $h(t)$ vom Start bis zur Landung ($h(t)$ beschreibt die Höhe des Ballons in Metern in Abhängigkeit von der Zeit in Stunden seit dem Start des Fluges). Lege weitere hierfür benötigte Daten selber sinnvoll fest.
- Was ist die Maßeinheit von $h'(t)$ und was kann man über das Vorzeichen von $h'(t)$ über die Zeit sagen?
- Beschreibe, was die Angaben $h'(0,3) = 1000$, $h'(1) = 0$ und $h'(2) = -700$ inhaltlich bedeuten.
- Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion $h'(t)$ zu a). Beschrifte die Koordinatenachsen mit sinnvollen Maßzahlen und Maßeinheiten.

Wozu Ableitungsfunktionen?

Angenommen, du möchtest einen Freund besuchen und fährst mit dem Fahrrad von Attendorn nach Windhausen. Du fährst gegen 14.00Uhr in Attendorn los und bleibst etwa eine Stunde bei deinem Freund in Windhausen. Auf dem Rückweg bist du nicht bange und gibst Richtung Attendorn richtig Gas.

- Skizziere den zurückgelegten Weg als Funktionsgraph $s(t)$ vom Start in Attendorn bis zur Ankunft in Attendorn ($s(t)$ beschreibt hierbei den zurückgelegten Weg in Kilometern in Abhängigkeit von der Zeit t in Stunden seit 14.00Uhr). Lege weitere hierfür benötigte Daten selber sinnvoll fest.
- Was ist die Maßeinheit von $s'(t)$ und was kann man über das Vorzeichen von $s'(t)$ über die Zeit sagen?
- Beschreibe, was die Angaben $s'(0,3) = 15$, $s'(1) = 0$ und $s'(2) = 50$ inhaltlich bedeuten.
- Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion $s'(t)$ zu a). Beschrifte die Koordinatenachsen mit sinnvollen Maßzahlen und Maßeinheiten.

Wozu Ableitungsfunktionen?

Angenommen, du misst jeden Tag, wie lange es in Attendorn hell ist (also die ungefähre Zeit von Sonnenaufgang bis Sonnenuntergang). Du führst diese Messung ein Jahr lang durch.

- Skizziere den Verlauf der Sonnenscheindauer als Funktionsgraph $d(t)$ vom Start der Messung im Januar bis zum Ende der Messung zu Silvester ($d(t)$ beschreibt hierbei die gemessene Sonnenscheindauer in Stunden in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen). Lege weitere hierfür benötigte Daten selber sinnvoll fest.
- Was ist die Maßeinheit von $d'(t)$ und was kann man über das Vorzeichen von $d'(t)$ über die Zeit sagen?
- Beschreibe, was die Angaben $d'(60) = 0,02$, $d'(6,5) = 0$ und $d'(270) = -0,04$ inhaltlich bedeuten.
- Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion $f'(t)$ zu a). Beschrifte die Koordinatenachsen mit sinnvollen Maßzahlen und Maßeinheiten.

Methodischer Hinweis:

Nach der Gruppenarbeit in den Gruppen werden die Gruppenmitglieder nach der Expertenmethode neu gemischt, dazu Aufgaben:

- Bereitet euren Vortrag so vor, dass alle Mitglieder der Expertenrunde eure Graphik und Erläuterungen gut erkennen können.
- Stellt euch gegenseitig die Ergebnisse vor. Baut bei eurem Vortrag genau einen Fehler ein. Die anderen müssen euren Fehler finden!
- Welche Bedeutung hat die Ableitung in allen Aufgaben? Anders gefragt: Wozu ist die Ableitung nützlich?