Mit Integralen vom Rand zur Fläche zum Volumen

Mit Hilfe der Integralrechnung lässt sich ein Zusammenhang zwischen vielen Formeln, die man noch aus den Klassen 7, 8, 9, ... kennen sollte, rückblickend gut erkennen, begründen oder herleiten!

Aufgabe 1: Gegeben sei die Funktion mit der Gleichung $f(x) = 2 \cdot \pi \cdot x$.

a) Wie kann man die Werte der Funktion für verschiedene x geometrisch deuten?

b) Bestimme $\int_0^r f(x)dx$.

c) Wie kann man das Ergebnis aus b) geometrisch deuten und begründen?

Aufgabe 2: Gegeben sei die Funktion mit der Gleichung $f(x) = \pi \cdot x^2$.

a) Wie kann man die Werte der Funktion für verschiedene x geometrisch deuten?

b) Bestimme $\int_0^r f(x)dx$.

c) Wie kann man das Ergebnis aus b) geometrisch deuten und begründen?

Aufgabe 3: Gegeben sei die Funktion mit der Gleichung $f(x) = 4 \cdot \pi \cdot x^2$.

a) Wie kann man die Werte der Funktion für verschiedene x geometrisch deuten?

b) Bestimme $\int_0^r f(x)dx$.

c) Wie kann man das Ergebnis aus b) geometrisch deuten und begründen?

Aufgabe 4: Gegeben sei eine konstante Funktion mit der Gleichung $f(x) = r$.

a) Wie kann man die Werte der Funktion $(f(x))^2$ geometrisch deuten?

b) Wie kann man das Integral $\int_0^h (f(x))^2 dx$ geometrisch deuten?

c) Wie kann man das Integral $\int_0^h \pi \cdot (f(x))^2 dx$ geometrisch deuten?

Aufgabe 5:

Wie kann man die Ergebnisse der Aufgaben 1-4 nutzen, um eine Volumenformel für eine Pyramide mit quadratischer Grundfläche, einen Kegel, einen Pyramiden- oder einen Kegelstumpf herzuleiten?

Aufgabe 6: Gegeben sei irgendeine Funktion mit dem Namen $f(x)$.

a) Wie kann man die Werte der Funktion $(f(x))^2$ geometrisch deuten?

b) Wie kann man das Integral $\int_0^h (f(x))^2 dx$ geometrisch deuten?

c) Wie kann man das Integral $\int_0^h \pi \cdot (f(x))^2 dx$ geometrisch deuten?

d) Welchen praktischen Nutzen könnte diese Aufgabe haben?