

Die Ableitung der Funktion mit der Gleichung $f(x)=a \cdot x^n$

Aufgabe 1:

Multipliziere aus und ordne von der größten Potenz von x zur kleinsten Potenz von x:

$$(x+h)^2 =$$

$$(x+h)^3 =$$

$$(x+h)^4 =$$

$$(x+h)^5 =$$

$$(x+h)^6 =$$

Welche Regelmäßigkeit entdeckst du für die ersten beiden und die letzten beiden Faktoren der Potenzen von x?

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion mit der Gleichung $f(x)=a \cdot x^n$. Begründe die folgenden Rechenschritte:

$$\begin{aligned} & \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \frac{a \cdot (x+h)^n - a \cdot x^n}{h} \\ &= \frac{a \cdot (x^n + n \cdot x^{n-1} \cdot h + \text{Faktor} \cdot x^{n-2} \cdot h^2 + \dots + \text{Faktor} \cdot x^2 \cdot h^{n-2} + n \cdot x^1 \cdot h^{n-1} + h^n) - a \cdot x^n}{h} \\ &= \frac{a \cdot x^n + a \cdot (n \cdot x^{n-1} \cdot h + \text{Faktor} \cdot x^{n-2} \cdot h^2 + \dots + \text{Faktor} \cdot x^2 \cdot h^{n-2} + n \cdot x^1 \cdot h^{n-1} + h^n) - a \cdot x^n}{h} \\ &= a \cdot n \cdot x^{n-1} + a \cdot \text{Faktor} \cdot x^{n-2} \cdot h + \dots + a \cdot \text{Faktor} \cdot x^2 \cdot h^{n-2} + a \cdot n \cdot x^1 \cdot h^{n-2} + a \cdot h^{n-1} \\ &\xrightarrow{h \rightarrow 0} a \cdot n \cdot x^{n-1} \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Wie kann man die Ergebnisse aus Aufgabe 2 nutzen, um die Ableitung einer Funktion mit der Gleichung $f(x)=a \cdot x^n$ zu berechnen? Begründe mit Beispielen!