

Name, Klasse, Jahr Frederieke Sperke; 13; 10/11	Schwierigkeit	Mathematisches Thema Wahrscheinlichkeitsrechnung/ Binominalverteilung
<p>Immer mehr Schüler verlassen die Schule ohne Abschluss</p> <p>Immer mehr Schüler verlassen die Schule ohne Abschluss: Beendeten 1999 noch 5,9 Prozent aller Schüler der allgemeinbildenden Schulen ihre Schullaufbahn ohne Abschluss, so waren es nach Zahlen des Landesamts für Datenverarbeitung und Statistik LDS im Jahr 2000 bereits 6,1 Prozent. Udo Beckmann, Landesvorsitzender des Verbands Bildung und Erziehung, sieht darin die Folge schlechter Rahmenbedingungen: „Die rückläufige Zahl der Schulabschlüsse ist eine Auswirkung der mangelhaften personellen Versorgung unserer Schulen – besonders der Hauptschulen.“</p> <p>1) In dem Jahr 1999 besucht man verschiedene Diskotheken mit insgesamt 100 Personen.</p> <p>Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass dort 8, 10, 15, 20 Personen keinen Schulabschluss haben?</p> <p>2) Wie wahrscheinlich ist es, dass von 1186 Personen im Jahr 2000 21 die Schule ohne Abschluss verlassen haben?</p>		

Lösung

Formel: $P_{n,p}(X=k) = n \cdot nCr k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

1) $X =$ Anzahl der Personen, die keinen Schulabschluss haben; $n = 100$; $p = 0,059$

Für $X = 8$: $P(X = 8) = 100 \cdot nCr 8 \cdot 0,059^8 \cdot (1 - 0,059)^{100-8} = 0,1015733018$

Für $X = 10$: $P(X = 10) = 100 \cdot nCr 10 \cdot 0,059^{10} \cdot (1 - 0,059)^{100-10} = 4,198228847 \cdot 10^{-3}$

Für $X = 15$: $P(X = 15) = 100 \cdot nCr 15 \cdot 0,059^{15} \cdot (1 - 0,059)^{100-15} = 5,267436534 \cdot 10^{-4}$

Für $X = 20$: $P(X = 20) = 100 \cdot nCr 20 \cdot 0,059^{20} \cdot (1 - 0,059)^{100-20} = 1,079845001 \cdot 10^{-6}$

Die Wahrscheinlichkeit, dass 8 Personen keinen Schulabschluss haben beträgt 10,16%. Die WK, dass 10 P. Betroffen sind liegt bei 0,42%, dass 15 P. Betroffen sind bei 0,053% und dass 20 P. Betroffen sind bei 0,00011%.

2) $X =$ Anzahl der Personen, die keinen Schulabschluss haben; $n = 1186$; $p = 0,061$

Erst die Wahrscheinlichkeit für mindestens 0, 1 und 2 Personen ausrechnen und das Ergebnis dann von 1 subtrahieren.

Für $X = 21$: $P(X = 21) = 1186 \cdot nCr 21 \cdot 0,061^{21} \cdot (1 - 0,061)^{1186-21} = 2,614751773 \cdot 10^{-13}$

Demnach beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass von 1186 Personen 21 keinen Schulabschluss haben 0,000000000026%

Quelle: http://www.vbe-nrw.de/barrierefrei/1/content_id/775.html?session=eb4228b6df3eb098fd6081fed51a5fca

Name, Klasse, Jahr Corinna Bock, 13, 2010	Schwierigkeit X	Mathematisches Thema Binomialverteilung
---	---------------------------	---

Jeder Zehnte arbeitet mindestens 48 Stunden

BERLIN. (rtr) Jeder zehnte Erwerbstätige arbeitet 48 Stunden und mehr pro Woche. Dabei handelt es sich vor allem um Selbstständige, Führungskräfte und Landwirte. Die im Bundesarbeitsgesetz festgelegte Obergrenze übertreffen insgesamt 3,8 Millionen Männer und Frauen, wie aus einer Studie des Statistischen Bundesamtes hervorgeht. Überlange Arbeitszeiten haben demnach 47,4 Prozent der Selbstständigen, aber nur 5,3 Prozent der Arbeitnehmer. 1,7 Millionen arbeiten sogar 60 Stunden und mehr – das sind 4,3 Prozent der Erwerbstätigen. Im Schnitt arbeiteten die Deutschen 2009 in Voll- und Teilzeit dagegen nur 35,8 Stunden. Bei Führungskräften sind sehr lange Arbeitszeiten besonders weit verbreitet: Fast 40 Prozent sind normalerweise mehr als 48 Stunden im Dienst. Auch jeder Dritte Landwirt hat eine überlange Arbeitszeit. In akademischen Berufen liegt der Anteil bei 17 Prozent.

1. Angenommen, an deiner Schule sind 54 Lehrer beschäftigt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit arbeiten 5 von ihnen mehr als 48 Stunden pro Woche?
2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit arbeiten 33 vH Landwirten länger als 48 Stunden pro Woche?

Mögliche Lösung

1. X: Anzahl der Lehrer, die mehr als 48 Stunden pro Woche arbeiten
n = 54 ; p = 0,17

$$P(X = 5) = \binom{54}{5} \cdot 0,17^5 \cdot 0,83^{49}$$

$$\approx 4,87\%$$

2. X: Anzahl der Landwirte, die länger als 48 Stunden pro Woche arbeiten
n = 100 ; p = $\frac{1}{3}$

$$P(X = 33) = \binom{100}{33} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{33} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{67}$$

$$\approx 8,4\%$$

Name, Klasse, Jahr Dana Sperke, 13, 2010	Schwierigkeit X	Mathematisches Thema Binomialverteilung
<p>Exklusiv-Umfrage von BILD der FRAU: Jede 3. Frau hat Probleme mit ihrem Vornamen</p> <p>Hamburg (ots) - Neueste Untersuchungen zeigen, dass Namen unser Leben beeinflussen. Nach einer exklusiven forsa-Umfrage für BILD der FRAU hat jede dritte Frau Probleme mit ihrem Vornamen und immerhin noch jeder fünfte Mann.</p> <p>6 Prozent der Deutschen würden ihren Vornamen am liebsten sofort ändern, wenn sie es könnten. 33 Prozent lassen sich mit einem Spitznamen ansprechen.</p> <p>Ein Tipp, wie künftige Eltern den richtigen Vornamen für ihr Kind finden, hat Namensforscher Knut Bielefeld: "Wählen Sie keinen Namen, der zu ausgefallen ist, und keinen, der in der Top Ten der populären Namen steht."</p> <p>Weitere Infos in der aktuellen Ausgabe von BILD der FRAU. Alle Ergebnisse der forsa-Studie sind unter der Quellenangabe BILD der FRAU frei.</p> <p>Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 15 Deutschen</p> <ol style="list-style-type: none"> genau Fünf und höchstens Zwei ihren Vornamen sofort ändern lassen würden? 		

Mögliche Lösung

$$P = 0,6 ; n=15$$

$$P_{0,6; 15}(X=5) = \binom{15}{5} \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^{10} = 0,024... \approx 2\%$$

$$\begin{aligned}
 P_{0,6; 15}(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\
 &= \binom{15}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^{14} + \binom{15}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^{13} \\
 &=
 \end{aligned}$$

Name, Klasse, Jahr Dana Sperke, 13, 2010	Schwierigkeit	Mathematisches Thema Binomialverteilung
<p><i>Exklusiv-Umfrage von BILD der FRAU: Jede 3. Frau hat Probleme mit ihrem Vornamen</i></p> <p>Hamburg (ots) - Neueste Untersuchungen zeigen, dass Namen unser Leben beeinflussen. Nach einer exklusiven forsa-Umfrage für BILD der FRAU hat jede dritte Frau Probleme mit ihrem Vornamen und immerhin noch jeder fünfte Mann.</p> <p>6 Prozent der Deutschen würden ihren Vornamen am liebsten sofort ändern, wenn sie es könnten. 33 Prozent lassen sich mit einem Spitznamen ansprechen.</p> <p>Ein Tipp, wie künftige Eltern den richtigen Vornamen für ihr Kind finden, hat Namensforscher Knut Bielefeld: "Wählen Sie keinen Namen, der zu ausgefallen ist, und keinen, der in der Top Ten der populären Namen steht."</p> <p>Weitere Infos in der aktuellen Ausgabe von BILD der FRAU. Alle Ergebnisse der forsa-Studie sind unter der Quellenangabe BILD der FRAU frei.</p> <p>Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 15 Deutschen</p> <ol style="list-style-type: none"> genau Fünf und höchstens Zwei ihren Vornamen sofort ändern lassen würden? 		

Lösung

$$p = 0,6 ; n = 15$$

$$P_{0,6; 15}(X=5) = \binom{15}{5} \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^{10} = 0,024485642$$

$$\begin{aligned}
 P_{0,6; 15}(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\
 &= \binom{15}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^{15} + \binom{15}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^{14} + \binom{15}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^{13} \\
 &=
 \end{aligned}$$

Name, Klasse, Jahr Frederieke Sperke, 13, 2010	Schwierigkeit X	Mathematisches Thema Binomialverteilung
Immer mehr Schüler verlassen die Schule ohne Abschluss		
<p>Immer mehr Schüler verlassen die Schule ohne Abschluss: Beendeten 1999 noch 5,9 Prozent aller Schüler der allgemeinbildenden Schulen ihre Schullaufbahn ohne Abschluss, so waren es nach Zahlen des Landesamts für Datenverarbeitung und Statistik LDS im Jahr 2000 bereits 6,1 Prozent. Udo Beckmann, Landesvorsitzender des Verbands Bildung und Erziehung, sieht darin die Folge schlechter Rahmenbedingungen: „Die rückläufige Zahl der Schulabschlüsse ist eine Auswirkung der mangelhaften personellen Versorgung unserer Schulen – besonders der Hauptschulen.“</p> <p>1) In dem Jahr 1999 besucht man verschiedene Diskotheken mit insgesamt 100 Personen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass dort 8, 10, 15, 20 Personen keinen Schulabschluss haben?</p> <p>2) Wie wahrscheinlich ist es, dass von 1186 Personen im Jahr 2000 21 die Schule ohne Abschluss verlassen haben?</p>		

Mögliche Lösung

Formel: $P_{n;p}(X=k) = n \cdot nCr k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

1) X= Anzahl der Personen, die keinen Schulabschluss haben; n= 100; p= 0,059

Für X= 8: $P(X= 8) = 100 \cdot nCr 8 \cdot 0,059^8 \cdot (1-0,059)^{100-8} = 0,1015733018$

Für X= 10: $P(X= 10) = 100 \cdot nCr 10 \cdot 0,059^{10} \cdot (1-0,059)^{100-10} = 4,198228847 \cdot 10^{-3}$

Für X= 15: $P(X= 15) = 100 \cdot nCr 15 \cdot 0,059^{15} \cdot (1-0,059)^{100-15} = 5,267436534 \cdot 10^{-4}$

Für X= 20: $P(X= 20) = 100 \cdot nCr 20 \cdot 0,059^{20} \cdot (1-0,059)^{100-20} = 1,079845001 \cdot 10^{-6}$

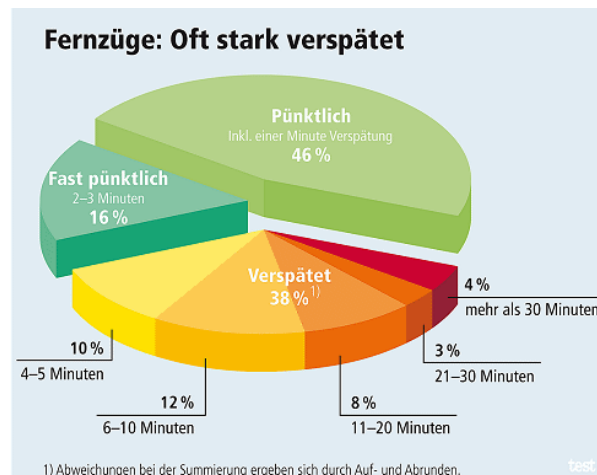
Die Wahrscheinlichkeit, dass 8 Personen keinen Schulabschluss haben beträgt 10,16%. Die WK, dass 10 P. Betroffen sind liegt bei 0,42%, dass 15 P. Betroffen sind bei 0,053% und dass 20 P. Betroffen sind bei 0,00011%.

2) X= Anzahl der Personen, die keinen Schulabschluss haben; n= 1186; p= 0,061

Erst die Wahrscheinlichkeit für mindestens 0, 1 und 2 Personen ausrechnen und das Ergebnis dann von 1 subtrahieren.

Für X= 21: $P(X= 21) = 1186 \cdot nCr 21 \cdot 0,061^{21} \cdot (1-0,061)^{1186-21} = 2,614751773 \cdot 10^{-13}$

Wie pünktlich fahren Züge wirklich?



Die Fernreisezüge der Deutschen Bahn – unter anderem ICE, IC, EC und CityNightLine – erwiesen sich im Test als besonders anfällig für Unpünktlichkeit: Sehr besorgniserregend ist vor allem der relativ hohe Anteil großer Verspätungen ab elf Minuten. Basis: 23 261 Züge.

Stiftung Warentest

Aufgaben

1.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Zügen

- genau 5
- höchstens 3

Züge 4 bis 5 Minuten zu spät kommen?

2.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 8 von 15 Zügen pünktlich fahren? Wie ist das Ergebnis zu deuten?

3.) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass 2 von 20 Zügen über 30Min zu spät kommen?

Lösung

1a.) $n=10; p=0,1; k=5$

$$P_{10; 0,1}(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,1^5 \cdot 0,9^5 = 1,4880348 \times 10^{-3} \approx 0,15\%$$

$$\text{b.) } n = 10; p = 0,1 \quad P_{10; 0,1}(X \leq 3) = (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3)) =$$

$$P(X=0) = \binom{10}{0} \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^{10} = 1 \cdot 1 \cdot 0,9^{10} = 0,3486784401 \approx 34,9\%$$

$$P(X=1) = \binom{10}{1} \cdot 0,1^1 \cdot 0,9^9 = 10 \cdot 0,1 \cdot 0,9^9 \approx 0,387421 \approx 38,7\%$$

$$P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot 0,1^2 \cdot 0,9^8 = 45 \cdot 0,01 \cdot 0,9^8 \approx 0,19371 \approx 19,4\%$$

$$P(X=3) = \binom{10}{3} \cdot 0,1^3 \cdot 0,9^7 \approx 0,0573957 \approx 5,7\%$$

Prozentzahlen addieren: $34,9\% + 38,7\% + 19,4\% + 5,7\% = 98,7\%$

Die Wahrscheinlichkeit für höchstens drei Verspätungen mit 4-5min unter 10 Zügen beträgt ca. 98,7%.

2.) $n=15; p=0,46$

$$P_{15; 0,46}(X = 8) = \binom{15}{8} \cdot 0,46^8 \cdot 0,54^7 \approx 0,1727299 \approx 17,27\%$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass 8 von 15 Züge pünktlich sind (inkl. 1min Verspätung), liegt bei ca. 17%. Dieses Ergebnis sagt nur etwas über die genaue Anzahl von 8 Zügen aus. Würde man von 0-8 Zügen die Wahrscheinlichkeit errechnen und addieren, so wäre die Prozentzahl der pünktlichen Züge wesentlich höher und aussagekräftiger. Allerdings war dies in der Aufgabenstellung nicht erforderlich.

$$3.) P_{10;0,4}(X = 2) = \binom{10}{2} \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^{10} = 3,087422683 \times 10^{-2} = 0,3087\%$$

Name, Klasse, Jahr Katharina Böhm	Schwierigkeit XX	Mathematisches Thema Binomialverteilung
<p style="text-align: center;">Literatur im Fernsehen</p> <p style="text-align: center;">Guckt doch eh keiner!</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div data-bbox="229 461 643 763" style="width: 30%; border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>In Deutschland wäre so etwas undenkbar. Nicht nur, weil deutsche Autoren ein konträres Verständnis von intellektueller Freiheit haben und marktunabhängiges Schreiben für ein Qualitätsmerkmal halten. Sondern auch, weil bei uns kaum jemand Literatursendungen im Fernsehen schaut. Dreizehn reine Büchersendungen gibt es im deutschen Fernsehen, hinzu kommen mehr als ein halbes Dutzend Kultursendungen, die ebenfalls regelmäßig über Literatur berichten. Während Oprah Winfrey in den Vereinigten Staa-</p> </div> <div data-bbox="663 349 1077 925" style="width: 65%; border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>ten wöchentlich 6,6 Millionen Menschen verfolgen, weltweit sogar 21 Millionen, dümpeln deutsche Literatursendungen bei marginalen Zuschauerzahlen und Einschaltquoten von maximal 4,5 Prozent. „Die Vorleser“ mit Ijoma Mangold und Amelie Fried kommen auf durchschnittlich 540 000 Zuschauer bei einer Quote um die drei Prozent. Nicht einmal Elke Heidenreich konnte mit „Lesen!“ in ihren Spitzenzeiten mehr als 900 000 Zuschauer bannen. Sogar das „Literarische Quartett“, das bis heute als erfolgreichste Literatursendung im deutschen Fernsehen gilt, hatte letztlich eine kümmerliche Quote von 2,1 bis 3,4 Prozent. Und damals konnten die Zuschauer noch nicht auf Dutzende Privatsender ausweichen. Denn natürlich haben die miesen Zahlen auch mit der publikumsverachtenden Haltung von Programmchefs zu tun, die Talk-, Koch- und Unterhaltungsshows in der Hauptsendezeit platzieren und Kultursendungen in mitternächtliche Randzonen drängen.</p> </div> </div> <p style="text-align: right; font-size: small;">Aus: Frankfurter Allgemeine – Zeitung zur Buchmesse, 10.10.10</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass weniger als 2 von 10 Zuschauern sich bei maximaler Einschaltquote eine deutsche Literatursendung ansehen? 2. Wie wahrscheinlich ist es, dass 7 von 15 Zuschauern sich „Der Vorleser“ angesehen haben? 3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sieht sich mindestens die Hälfte von 10 Zuschauern das „Literarische Quartett“ bei maximaler Einschaltquote an? 		

Lösung

$$1. P_{10;0,045}(X < 2) = \binom{10}{1} * 0,045 * 0,955^9 + 0,955^{10} \approx 92,83\%$$

$$2. P_{15;0,03}(X = 7) = \binom{15}{7} * 0,03^7 * 0,97^8 = 0,000011\%$$

$$3. P_{10;0,034}(X \geq 5) = 1 - P(X < 5)$$

$$P(X < 5) = \binom{10}{4} * 0,034^4 * 0,966^6 + \binom{10}{3} * 0,034^3 * 0,966^7 + \binom{10}{2} * 0,034^2 * 0,966^8 + \binom{10}{1} * 0,034 * 0,966^9 + 0,966^{10} \approx 99,983\%$$

Name, Klasse, Jahr Kim Rüschenberg	Schwierigkeit X	Mathematisches Thema Binomialverteilung
<p>Grippeimpfung in der Schwangerschaft schützt späteren Säugling</p> <p>Baltimore – Die Schutzwirkung einer Grippeimpfung während einer Schwangerschaft kann auf den Säugling übertragen werden. Die Wirkung ist nach den Ergebnissen einer Beobachtungsstudie in den Archives of Pediatrics & Adolescent Medicine (2010. doi: 01.1001/archpediatrics.2010.192) allerdings auf die ersten Lebensmonate begrenzt. Danach gehen die protektiven Antikörper verloren. Die Ständige Impfkommission hat sich lange gescheut, Schwangeren zu einer Grippeimpfung zu raten. Schließlich enthält die Vakzine, wenn auch inaktivierte Viren. Erst in diesem Jahr wurde eine Impfempfehlung ausgesprochen. Das Ziel ist in erster Linie der Schutz der Schwangeren, doch im Nebeneffekt erhoffen sich viele Experten auch eine protektive Wirkung auf die Kinder. Diese haben als Säuglinge ein erhöhtes Erkrankungsrisiko, ohne dass ein wirksamer Impfstoff zur Verfügung steht. Nach heutigem Kenntnisstand ist das Immunsystem des Säuglings in den ersten sechs Monaten noch nicht in der Lage eigene protektive Antikörper zu bilden. Die Kinder sind während dieser Zeit auf den Schutz der maternalen Antikörper angewiesen. Dass diese Schutzwirkung durch eine Grippeimpfung der Schwangeren verstärkt werden kann, hatte vor zwei Jahren das Mother's Gift Project in Bangladesh gezeigt. In der randomisierten Studie wurde durch die Grippeimpfung der Schwangeren die Zahl der bestätigten Influenzaerkrankungen der Säuglinge um 63 Prozent gesenkt. Die Häufigkeit aller respiratorischen Erkrankungen mit Fieber ging um 29 Prozent zurück. Da die US-Behörden damals schon Schwangeren zur Grippeimpfung rieten, war ein randomisierter Vergleich nicht mehr möglich, da dann die Impfung einigen Frauen gegen deren Willen vorenthalten worden wäre. Die Autoren griffen deshalb auf den Vergleich von 1160 Mutter-Kind-Paaren zurück, von denen die Hälfte in der Schwangerschaft geimpft worden war, die andere aber nicht. Wie erwartet war die Häufigkeit von Influenza-artigen Erkrankungen (ILI) hoch: Insgesamt 17 Prozent aller Säuglinge wurden wegen einer ILI hospitalisiert, weitere 36 Prozent wurden ambulant behandelt. Nur 48 Prozent der Säuglinge erlitten in den ersten Lebensmonaten keine Atemwegserkrankungen mit Fieber. Die Impfung der Mütter senkte die Gesamtinzidenz der ILI geringfügig von 7,2 auf 6,7 pro 1000 Personentage. Die Rate der Hospitalisierungen wegen einer ILI ging um relativ 39 Prozent zurück, die Rate der durch Laboruntersuchungen bestätigten Grippeerkrankungen nahm um 41 Prozent ab.</p> <p><i>[http://www.aerzteblatt.de/nachrichten/42979/Grippeimpfung_in_der_Schwangerschaft_schuetzt_spaeteren_Saeugling.htm]</i></p> <p>Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 35 Säuglingen genau 10, 16, 26 und 30 in den ersten Lebensmonaten keine Atemwegserkrankungen mit Fieber erleiden?</p>		

Mögliche Lösung

X = Anzahl der Säuglinge, die keine Atemwegserkrankungen mit Fieber erlitten; p = 0,48

$$X=10: P(X=10) = \binom{35}{10} \cdot 0,48^{10} \cdot 0,52^{25} = 9,5 \cdot 10^{-3}$$

$$X=16: P(X=16) = \binom{35}{16} \cdot 0,48^{16} \cdot 0,52^{19} = 12,9 \%$$

$$X=26: P(X=26) = \binom{35}{26} \cdot 0,48^{26} \cdot 0,52^9 = 1,01 \cdot 10^{-3}$$

$$X=30: P(X=30) = \binom{35}{30} \cdot 0,48^{30} \cdot 0,52^5 = 3,37 \cdot 10^{-6}$$